FORMULAIRE DE MÉCANIQUE

I) Mouvement linéaire :

- Vitesse :

$$v = \frac{l}{t}$$

v : Vitesse en mètres par seconde ($m.s^{-1}$)
l : Longueur en mètres (m)
t : Temps en secondes (s)

- Accélération :

$$a = \frac{v}{t}$$

a : Accélération en mètres par seconde^2 ($m.s^{-2}$)
v : Vitesse en mètres par seconde ($m.s^{-1}$)
t : Temps en secondes (s)

- Travail :

$$W = F \times l \times \cos\alpha$$

W : Travail en Joules (J)
F : Force en Newtons (N)
l : Longueur en mètres (m)
α : Angle entre le sens du déplacement et la direction de la force.

- Puissance :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \times l \times \cos\alpha}{t} = F \times v \times \cos\alpha$$
$$P = F \times v \times \cos\alpha$$

P : Puissance en Watts (W)
F : Force en Newtons (N)
v : Vitesse en mètres par seconde ($m.s^{-1}$)
α : Angle entre le sens du déplacement et la direction de la force.

- <u>Energie cinétique</u> :

  C'est l'énergie emmagasinée dans un mobile en déplacement.
  L'énergie cinétique nécessaire à l'accélération de ce mobile, est égale à l'énergie qui sera restituée lors du freinage.

$$W = \frac{1}{2} M \times v^2$$

W : Energie en Joules (J)
M : Masse en kilogrammes (kg)
v : Vitesse en mètres par seconde ($m.s^{-1}$)

- <u>Force</u> : (déplacement d'un corps)

$$F = M \times a$$

F : Force en Newtons (N)
M : Masse en kilogrammes (kg)
a : Accélération en mètres par seconde^2 ($m.s^{-2}$)

- cas particulier du poids : (chute d'un corps)

$$P = M \times g$$

avec g : accélération de la pesanteur (9,81 $m.s^{-2} \cong 10\ m.s^{-2}$)

II) <u>Mouvement angulaire</u> :

- <u>Vitesse</u> :

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

ω : Vitesse angulaire en radians par seconde ($rad.s^{-1}$)
θ : Angle de déplacement en radians (rad)
t : Temps de déplacement en secondes (s)

- Conversion de la vitesse angulaire ω exprimée en $rad.s^{-1}$ en tours par minute s'écrit :

$$N = \frac{60 \times \omega}{2\pi}$$

- Conversion de la vitesse N exprimée en tours par minute en $rad.s^{-1}$ s'écrit :

$$\omega = \frac{2\pi \times N}{60}$$

- Accélération :

$$\frac{d\omega}{dt}$$

ω : Vitesse angulaire en radians par seconde ($rad.s^{-1}$)
t : Temps de déplacement en secondes (s)
d : représente une différence

Comment passer d'une vitesse angulaire à une vitesse linéaire :

Soit un cercle de rayon R, un point A se déplace d'un angle θ en parcourant une distance ℓ.
La relation est : $\ell = \theta \times R$ (l et R sont en mètres et θ en radians)
En effet si l est égal à la circonférence du cercle, c = l = 2πR où 2π = θ alors :

$$v = \frac{l}{t} \quad comme \quad l = \theta R \quad et\ que \quad \theta = 2\pi \quad alors \quad v = \frac{2\pi R}{t} \quad or \quad \omega t = 2\pi \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{t} \quad donc \quad v = \omega \times R$$

v : Vitesse en mètres par seconde ($m.s^{-1}$)
R : Rayon en mètres (m)
ω : Vitesse angulaire en radians par seconde ($rad.s^{-1}$)

Comment passer d'une vitesse linéaire à une vitesse de rotation :

$$c = 2\pi R \Rightarrow R = \frac{c}{2\pi} \quad or \quad \omega = \frac{v}{R} \quad donc \quad \omega = v \times \frac{2\pi}{c} \quad comme \quad \omega = 2\pi N \quad alors \quad N = \frac{v}{c}$$

N : Vitesse de rotation en tours par seconde ($tr.s^{-1}$)
c : Circonférence du cercle en mètres (m)
v : Vitesse en mètres par seconde ($m.s^{-1}$)

- Puissance :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{C\theta}{t} = C\omega \quad donc \quad P = C \times \omega$$

P : Puissance en Watts (W)
C : Couple en Newtons mètre (Nm)
ω : Vitesse angulaire en radians par seconde ($rad.s^{-1}$)

- Energie cinétique :

$$W = \frac{1}{2}\ M(r\omega)^2 = \frac{1}{2} M\,r^2\omega^2 = \frac{1}{2}\ J\,\omega^2\ (avec\ J = Mr^2).\ Donc \quad W = \frac{1}{2}\ \ J\,\omega^2$$

W : Energie cinétique en Joules (J)
J : Inertie en mètre².kilogramme ($m^2.kg$)
M : Masse en kilogrammes (kg)
r : Rayon de giration en mètres (m)
ω : Vitesse angulaire en radians par seconde ($rad.s^{-1}$)

- Moment : (on dit souvent couple)

$$Mn = F \times R \quad ou \quad C = F \times d$$

Mn : Moment en Newtons mètre (Nm)
F : Force en Newtons (N)
R : Rayon ou d distance en mètres (m)

Pour augmenter un moment on peut augmenter la force F.
Si une vitesse est facilement mesurable, un moment ou un couple est difficilement estimable.
Remarquons que le rayon R sépare encore le mouvement linéaire du mouvement angulaire Mn = F x R

- Inertie :

$$J = M \times r^2 = \frac{MD^2}{4}$$

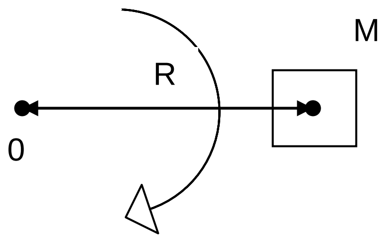
J : Inertie en mètre^2.kilogramme (m^2.kg)
M : Masse en kilogrammes (kg)
r : Rayon de giration en mètres (m)

- Trois cas peuvent se présenter :

1) Cas où tous les points de la masse vont à la même vitesse :

La masse M est centralisée à une distance R de l'axe de rotation

$$J = M \times R^2$$



2) Cas d'un cylindre plein de rayon R :

Tous les points de la matrice possèdent la même vitesse angulaire ω, mais ne possède pas la même vitesse linaire.
Le rayon de giration est différent et :

$$J = \frac{M \times R^2}{2}$$

3) Cas d'un cylindre creux de rayons intérieur r et extérieur R :

$$J = \frac{M \times \left(R^2 + r^2\right)}{2}$$

III) Mouvement de translation :

Si la machine entraînée, de masse M en kg, se déplace à la vitesse linéaire v en m.s^{-1}, pour la vitesse de rotation ω en rad.s^{-1} du moteur d'entraînement, le moment d'inertie au niveau de l'axe d'entraînement s'exprime par la formule :

$$J_{mach} = M\ \frac{v^2}{\omega^2} = M\ \frac{v^2 \times 3600}{4\pi^2 N^2} \quad avec\ \omega = \frac{2\pi N}{60}$$

- Il y a deux façons de le démontrer :

1) L'énergie cinétique du mvt. linéaire = l'énergie cinétique du mvt. angulaire :

$$W = \frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2} J \omega^2$$

$$d'où \quad J = M\ \frac{v^2}{\omega^2}$$

2) Inertie d'une masse en rotation :

$$J = MR^2 \quad avec \quad R = \frac{v}{\omega}$$

$$J \quad devient \quad J = M\ \frac{v^2}{\omega^2}$$

LES REDUCTEURS

LES REDUCTEURS

- Principe :

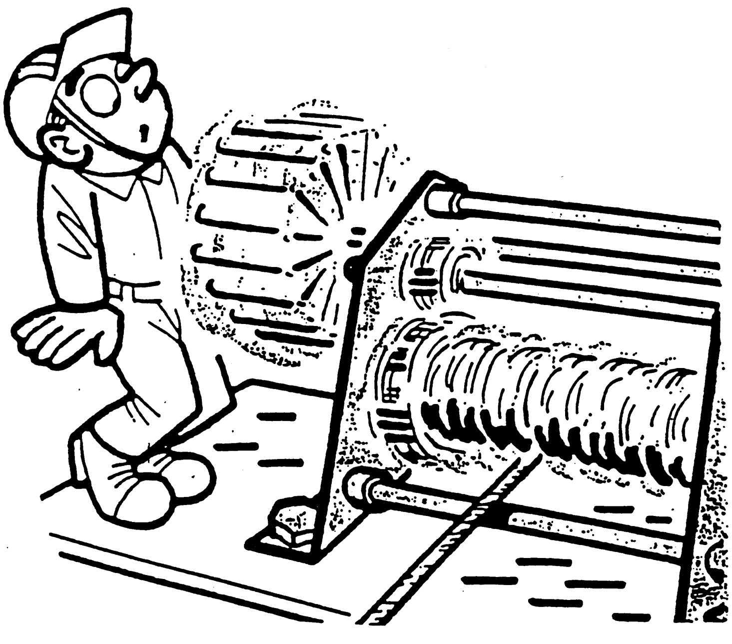
La machine a besoin (généralement) d'un fort couple et d'une vitesse faible. La combinaison couple/vitesse représente une certaine puissance.
Il est nécessaire que le moteur possède une puissance équivalente.
Cependant la puissance d'un moteur n'est pas directement exploitable, car elle est sous la forme d'une grande vitesse et d'un faible couple.

Le réducteur va nous permettre d'adapter cette puissance en réduisant la vitesse (d'où son nom), mais aussi et tout particulièrement d'augmenter le couple.

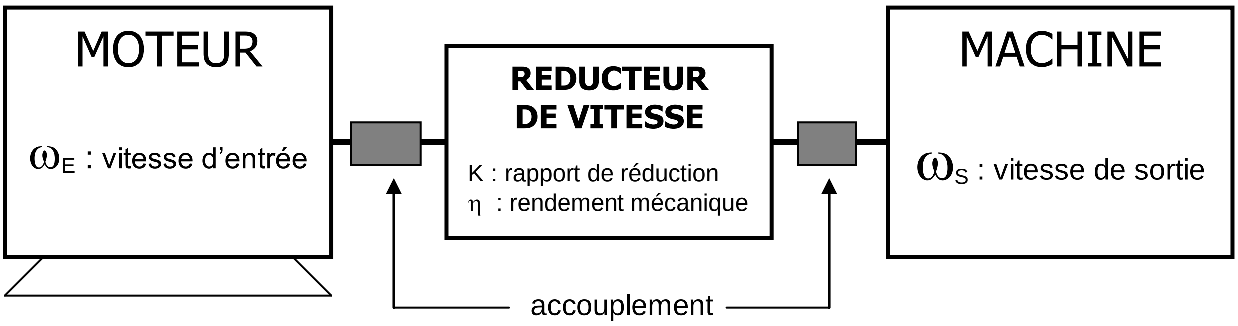
➢ NOTA :

On peut faire un parallèle avec le transformateur abaisseur qui diminue la tension au secondaire U_2 tout en augmentant le courant I_2.

Le rendement d'un réducteur s'applique sur la puissance transmise et tout particulièrement sur le couple.
Le réducteur permet aussi de diminuer l'inertie de la mécanique (machine) vue par le moteur par le carré du rapport de réduction (voir formulaire de mécanique à «inertie»).



- Chaîne cinétique :



- Définition des grandeurs :

MOTEUR :

ω_E : Vitesse en $rd.s^{-1}$
C_E : Couple en Nm
P_E : Puissance en watts
W_E : Energie cinétique en joules
J_E : Inertie en m².kg

MACHINE :

ω_S : Vitesse en $rd.s^{-1}$
C_S : Couple en Nm
P_S : Puissance en watts
W_S : Energie cinétique en joules
J_S : Inertie en m².kg

- Formulaire :

  - Vitesse :

$$\omega_S = \frac{\omega_E}{K} \Rightarrow K = \frac{\omega_E}{\omega_S} \quad \text{avec } \omega = \frac{2 \times \pi \times N}{60} \quad \text{avec N en } tr \cdot min^{-1}$$

  - Couple :

$$C_S = K \times \eta \times C_E$$

  - Puissance :

$$P_S = P_E \times \eta$$

  - Energie cinétique :

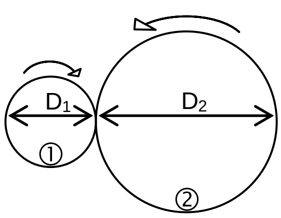
$$W_S = \frac{J_S \times \omega_S{}^2}{2} \quad \text{ou} \quad W_E = \frac{J_E \times \omega_E{}^2}{2} \quad \text{et} \quad W_S = W_E \times \eta$$

  - Inertie : (inertie machine ramenée au moteur)

$$J_E = \frac{j_S}{K^2 \times \eta}$$

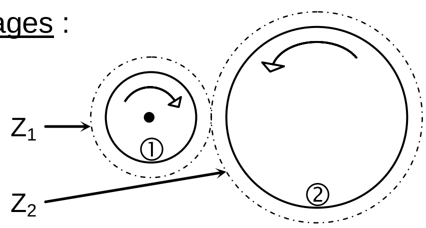
- Calcul du rapport de réduction sur des poulies et des engrenages :

Poulies :



K sera le rapport de diamètres des poulies.
K = D_1/D_2 si la poulie 1 entraîne 2
K = D_2/D_1 si la poulie 2 entraîne 1

Engrenages :



K sera le rapport de nombre de dents des pignons.
K = Z_1/Z_2 si le pignon 1 entraîne 2
K = Z_2/Z_1 si le pignon 2 entraîne 1